

TD 6 - ECOOC ET MESURES COMPATIBLES

On considère un système physique dont l'espace des états \mathcal{E} est de dimension 3, et d'hamiltonien représenté par la matrice

$$\hat{H} = \hbar\omega_0 \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

dans la base orthonormée $\mathcal{B}_1 = \{|u_1\rangle, |u_2\rangle, |u_3\rangle\}$. On considère également deux opérateurs \hat{A} et \hat{B} dont les matrices dans cette même base \mathcal{B}_1 s'écrivent

$$\hat{A} = a \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 1 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \hat{B} = b \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Les opérateurs \hat{A} et \hat{B} sont-ils des observables ?
2. Trouver les valeurs propres et les vecteurs propres de \hat{A} et \hat{B} . On nommera \mathcal{B}_2 et \mathcal{B}_3 les bases propres respectives
3. \mathcal{B}_2 et \mathcal{B}_3 sont-elles des bases de vecteurs propres de \hat{H} ?
4. Quels ECOOC peut-on former avec \hat{H} , \hat{A} et \hat{B} ?

On dit d'un ECOOC qu'il est minimal si l'on ne peut lui retirer une observable sans lui faire perdre son statut d'ECOOC.

5. Les ECOOC trouvés sont-ils minimaux ?

Supposons que le système soit dans l'état $|\Psi\rangle = N (|u_1\rangle + i\sqrt{2}|u_2\rangle + |u_3\rangle)$.

6. Normaliser ce vecteur d'état.
7. Quels sont les résultats possibles et les probabilités associées lors d'une mesure de l'énergie ? Même question pour une mesure des grandeurs physiques A ou B. En déduire la valeur moyenne de l'énergie et des grandeurs physiques A et B ainsi que les écarts quadratiques moyens.
8. Quelles grandeurs peut-on mesurer simultanément ? Quels sont alors les résultats de mesure et les probabilités associées ?
Supposons que l'on mesure l'énergie et que l'on trouve $2\hbar\omega_0$. Supposons qu'ensuite on effectue une mesure de A.
9. Quels sont les résultats de mesure possibles et les probabilités associées ? Supposons que l'on trouve $+a$ comme résultat et que l'on mesure ensuite à nouveau l'énergie, qu'obtiendra-t-on ?
Supposons maintenant que l'on mesure l'énergie et que l'on trouve $2\hbar\omega_0$. Supposons qu'ensuite on effectue une mesure de B.
10. Quels sont les résultats de mesure possibles et les probabilités associées ? Supposons que l'on trouve $+b$ comme résultat et que l'on mesure ensuite à nouveau l'énergie, qu'obtiendra-t-on ?