

TD5 - MESURES QUANTIQUES INCOMPATIBLES

L'ion monoxyde de carbone

Dans l'ion monoxyde de carbone CO^- , l'électron supplémentaire peut être trouvé soit sur l'atome de carbone en $x = 0$, soit sur l'atome d'oxygène en $x = a$, ces deux valeurs étant les valeurs propres de l'observable position de l'électron notée \hat{X} . On note $|0\rangle$ le vecteur propre de \hat{X} associé à la valeur propre 0, et $|a\rangle$ le vecteur propre de \hat{X} associé à la valeur propre a . On considère, dans cet exercice, que l'espace des états de l'électron de l'ion CO^- est à 2 dimensions et que les vecteurs $|0\rangle$ et $|a\rangle$ forment une base orthonormée.

L'hamiltonien de cet électron s'écrit $\hat{H}|0\rangle = \hbar\omega(8|0\rangle + 3|a\rangle)$, et $\hat{H}|a\rangle = 3\hbar\omega|0\rangle$, où ω a la dimension d'une fréquence angulaire.

1. Écrire les matrices représentant les opérateurs \hat{H} et \hat{X} dans la base $\{|0\rangle, |a\rangle\}$.
2. Est-il possible d'avoir, au même instant, une connaissance exacte de la position de l'électron et de son énergie? Justifier votre réponse.
3. Déterminer les valeurs propres, ainsi qu'une base orthonormée de vecteurs propres de \hat{H} .
Le résultat d'une mesure de position de l'électron montre qu'il est sur l'atome de carbone.
4. Quel est l'état de l'électron immédiatement après cette mesure?
5. L'énergie de l'électron est alors mesurée. Quels sont les résultats possibles d'une telle mesure? Avec quelles probabilités sont-ils obtenus? Quels sont alors les états possibles immédiatement après la mesure?
6. Immédiatement après cette mesure d'énergie, on effectue une nouvelle mesure de la position de l'électron. Quelle est la probabilité que l'électron soit trouvé sur l'atome de carbone à l'issue de toutes ces mesures?
7. Dans quel état se serait trouvé le système si l'on avait effectué les mesures dans l'ordre inverse (position, puis énergie)?