

TD 4 - FORMALISME DE DIRAC
- OPÉRATEURS ET REPRÉSENTATION MATRICIELLE -

Sous-niveaux hyperfins du Rubidium 87

En l'absence de champ électromagnétique, l'état fondamental de l'atome de rubidium 87, noté $5S_{1/2}$, $F=1$ est triplement dégénéré. En présence d'un champ magnétique uniforme \mathbf{B} , on observe une levée de cette dégénérescence et l'état $5S_{1/2}$, $F=1$ se sépare en 3 états notés $\{|+\rangle, |0\rangle, |-\rangle\}$, d'énergies respectives distinctes $E_0, 0, -E_0$, avec $E_0 > 0$. On pose $E_0 = \hbar\omega$.

L'atome de ^{87}Rb a un moment magnétique. On suppose que l'observable \hat{M} associée à la projection de ce moment magnétique sur une direction fixe perpendiculaire au champ \mathbf{B} est de la forme $\hat{M} = \mu_0 \hat{A}$, avec $\mu_0 > 0$. \hat{A} est défini par

$$\hat{A}|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle, \quad \hat{A}|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle), \quad \hat{A}|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle.$$

1. Expliquer ce que signifie le fait que l'état fondamental est « triplement dégénéré », en terme de valeurs propres et de vecteurs propres.
2. Écrire la matrice représentative de \hat{A} dans la base $\{|+\rangle, |0\rangle, |-\rangle\}$.
3. Calculer les valeurs propres m_1, m_2, m_3 de \hat{M} et les vecteurs propres normalisés correspondants $|\varphi_1\rangle, |\varphi_2\rangle, |\varphi_3\rangle$. On ordonnera les valeurs propres tel que $m_1 > m_2 > m_3$.

À $t = 0$, on prépare le système dans l'état $|\varphi_1\rangle$.

4. On mesure alors l'énergie totale. Quelles valeurs peut-on trouver et avec quelles probabilités ? Donner alors la valeur moyenne de l'énergie $\langle E \rangle$ ainsi que son écart quadratique moyen ΔE .
5. Si l'on n'effectue pas de mesure mais qu'on laisse évoluer l'état $|\varphi_1\rangle$, quel est l'état $|\varphi(t)\rangle$, à un instant $t > 0$? Donner alors la valeur moyenne de l'énergie $\langle E \rangle$ à l'instant t .

À l'instant t , on mesure la grandeur physique associée à l'observable \hat{M} .

6. Quelles valeurs peut-on mesurer et avec quelles probabilités ?
7. Calculer la valeur moyenne de $\langle \hat{M} \rangle$ à l'instant t .
8. Interpréter physiquement l'évolution de la valeur moyenne de la composante du moment magnétique transverse.