La physique des ions piégés

Aaronn BACARD

Stage L3 Année 2024-2025

Licence L3 Physique
M.Laurent Hilico, maître de stage
Laboratoire Kastler Brossel, Sorbonne Université, Campus Jussieu

Préambule

À travers ce rapport, nous étudierons la physique des ions piégés issus de l'ion H_2^+ dans un espace confiné et sous vide. Ce domaine rassemble plusieurs expériences conjointes notamment la spectroscopie de l'ion H_2^+ menée principalement par M. Laurent HILICO[1], M. Jean-Philippe KARR[1], M. Maxime LEULIET[1](un doctorant)

Remerciements à M.Laurent Hilico, maître de stage et au Laboratoire Kastler Brossel pour leur accueil mais aussi à Mme Cécile Huin.

Sommaire

1 Introduction **4**

2 Déroulé du stage **5**

2.1 Objectifs du stage 5

2.2 Mis en oeuvre lors du stage 5

2.2.1 Partie Théorique 5

2.2.2 Partie Pratique 12

2.2.3 Réalisation lié au stage 19

Annexes **19**

1 Introduction

Nous sommes au Laboratoire Kastler Brossel surnommé LKB, qui est une unité mixte de recherche de l'École Normale Supérieure, de Sorbonne Université, du Collège de France et du Centre national de la recherche scientifique (CNRS),il s'agit d'un acteur majeur dans le domaine de la physique quantique.
Depuis sa création en 1951, sa présence internationale et ses compétences en physique quantique du laboratoire a permis d'obtenir trois prix Nobel (Alfred Kassler (l'un des fondateur en 1966 sur l'interaction lumière-matière); Claude Cohen-Tannoudji en 1997 sur le refroidissement et piégeage des atomes neutres; Serge Haroche en 2012, père de l'électrodynamique quantique en cavité).
Ce laboratoire couvre des axes de recherche allant du gaz quantique aux tests des interactions fondamentales et de la métrologie et passant par l'information et l'optique quantique et l'étude des atomes et de lumière dans des milieux denses ou complexes.
Au sein de ce laboratoire, j'ai intégré l'équipe des ions piégés principalement constitué de M.LEULIET Maxime et M.HILICO Laurent et M.KARR Jean-Philippe, afin de réaliser quelques expériences notamment la détection de la fréquence séculaire des ions, d'en observer sa dépendance en ω_z de ces ions, mais aussi la détection du meilleur rapport signal sur bruit de notre signal obtenu. Le tout est rendu observable grâce à plusieurs oscilloscopes et une interface logiciel de contrôle de l'expérience, et traitable grâce à un module électronique nommé Tickle que nous verrons dans ce rapport, ce module constitue la pièce maîtresse de toutes les expériences que j'ai pu effectuer.
Trois lasers différents sont utilisés dans ce projet afin de pouvoir contrôler le niveau d'excitation des ions et leur stabilité. Les ions se trouvent eux dans une cavité sous vide.
Je vous invite donc à travers ce rapport à découvrir une partie de la physique des ions piégés, celle de la spectroscopie de l'ion H_2^+.
We are in the Laboratory Kastler Brossel also named LKB, which is a joint research unit of "École Normale Supérieure", "Sorbonne University", "Collège de France" and of CNRS (National Centre of Scientific Research), LKB is a world renowed laboratory in the field of quantum physics.
Since it was founded in 1951, their global footprint and expertise in Quantum Physics have led them to win three Nobel prizes, one by Alfred Kastler (one of the founder) in 1966 on the interaction between light and matter; one by Claude COHEN-TANNOUDJI in 1997 on the cooling and trapping of neutral atoms; one by Serge HAROCHE in 2012, the founder of the field of Quantum Electrodynamics in cavity.
The LKB covers multiple fields of research from Quantum gaz all the way to Metrology and Fundamentals Interactions, going through Quantum Optics and Quantum information, and also the behavior study of light and atoms in dense or complex environments.
Within the walls of this wonderful laboratory, I was affected in the Trapped Ions Team, mostly formed of Maxime LEULIET, Laurent HILICO and Jean-Philippe KARR, in order to carry out some experiments, for example, the search of ions' secular resonances and their dependency on the ω_z factor, but also the search of the most optimal proportion between the incoming signal and the signal's noise. Every experiments were made useful thanks to multiple oscilloscope, an house-made monitoring interface and mostly thanks to a electronic module called Tickle, which is the key piece of all my experiments. Three different lasers has been used in this project in order to be able to control the ion fluorescence signal and also the ion cloud stability. The ions are themselves inside of a vaccum cavity. I invite you through this report to discover a part of the Trapped Ions Physics, which is the H_2^+ ion spectroscopy.

2 Déroulé du stage

2.1 Objectifs du stage

Ce stage a pour but d'étudier la physique des ions piégés grâce à une expérience de spectroscopie de l'ion H_2^+ refroidis par le biais d'ions Be^+ issus de l'atome de Béryllium.

2.2 Mis en oeuvre lors du stage

2.2.1 Partie Théorique

Nous allons d'abord exprimer le potentiel électrostatique puis calculer son champ électrique $\vec{E}$, établir l'Équation de Newton, puis convertir en unités réduites pour obtenir des équations de Mathieu, et enfin nous rentrerons la formule dans un programme Python afin de visualiser le résultat obtenu.

Potentiel quadrupolaire

L'idée du piège de Paul, c'est d'utiliser un potentiel électrique quadrupolaire dépendant du temps pour confiner une particule dans une sorte de puits de potentiel.
Ainsi les formules du potentiel pour un piège de Paul idéal en 3D et en 2D sont les suivantes:

Potentiel électrique quadrupolaire en 3D:

$$V = \frac{V_0}{2d^2}(x^2 + y^2 - 2z^2) + cste$$

Potentiel électrique quadrupolaire en 2D:

$$V = \frac{V_0}{2d^2}(x^2 - y^2) + cste$$

À partir de ce potentiel en 2D, on peut retrouver le champ électrique dépendant du temps avec la formule suivante:

$$\vec{\mathbf{E}} = -\nabla V$$

Ce qui nous donne:
En 3D:

$$F = \frac{V_0}{d^2}\begin{pmatrix} -x \\ -y \\ 2z \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} -> Force\ de\ rappel\ selon\ x \\ -> Force\ de\ rappel\ selon\ y \\ -> Force\ expulsante\ selon\ z \end{matrix} \qquad (si\ V_0 \geq 0) \tag{1}$$

et, en 2D:

$$F = \frac{V_0}{d^2}\begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} -> Force\ de\ rappel\ selon\ x \\ -> Force\ expulsante\ selon\ y \end{matrix} \qquad (si\ V_0 \geq 0) \tag{2}$$

Il faut savoir qu'avec un potentiel statique on a une direction non confinante, ainsi pour remédier à ce problème, Wolfgang Paul eu l'idée d'ajouter un potentiel oscillant $V_{RF}\cos(\omega t)$ en plus du potentiel statique V_0.

Confinement radiale en 2D

Nous allons déterminer un potentiel électrique quadrupolaire dans un premier temps à l'aide d'un piège de Paul en 2D idéal dessiné sur la figure 1 représentant les hyperboles équilatères constituant nos électrodes:

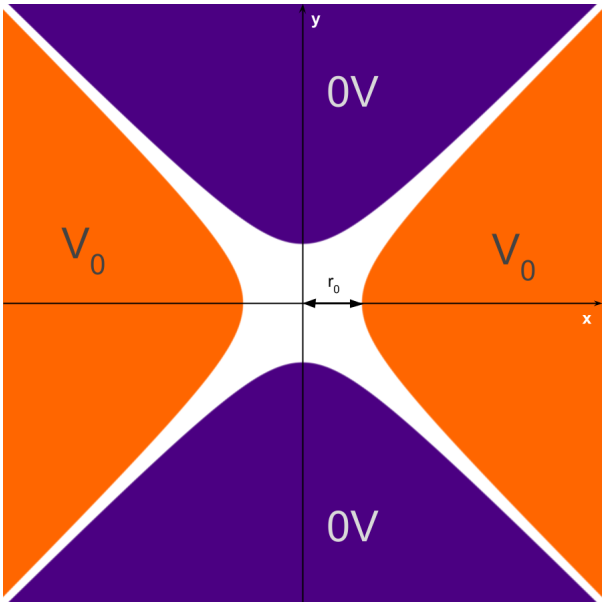


Figure 1: Modèle du Piège de Paul idéal en 2D

Or de façon réaliste,nous utiliserons un piège de Paul linéaire avec les potentiels appliqués souhaités tel que $V = V_0 + V_{RF}\cos(\omega t)$. :

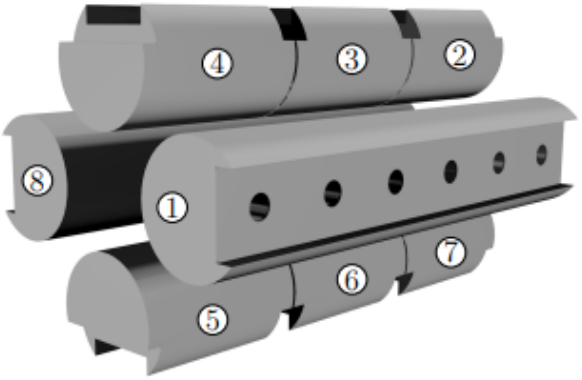


Figure 2: Modèle du Piège de Paul linéaire utilisé issus de la thèse de Johannes Heinrich[4] dessiné en CAO, on applique un potentiel aux électrodes 1 et 8 principalement mais aussi aux électrodes 4,2,5 et 7 afin de contrôler le confinement du puit, vue d'ensemble

À noter que nos électrodes correspondent aux isopotentielles.
Donc, on veut créer un potentiel électrostatique quadrupolaire de la forme:

$$V(x,y) = K(x^2 - y^2) + C \quad \text{avec K et C} \in \mathbf{R} \tag{3}$$

Les électrodes étant les équipotentielles, elles sont donc de la forme:

$$V(x,y) = cste$$

Ce qui correspond à des hyperboles représentées sur la figure 1.
Donc, on obtient:

$$K(x^2 - y^2) + C = V_0$$

Ce qui donne:

$$x^2 - y^2 = \frac{V_0 - C}{K} = A$$

Lorsqu'on étudie l'équation obtenue à ces limites, on obtient une équation d'hyperbole, tel que:

$$x^2 - y^2 = A$$

$$y = \pm\sqrt{x^2 - A}$$

Ainsi:

$$\begin{gathered} Si\ A < 0,\ x^2 - A > 0,\ donc\ y\ existe\ toujours \\ Si\ A > 0,\ donc\ y\ existe\ si\ x^2 > A \end{gathered} \tag{4}$$

On définit également les asympotes de notre équation hyperbolique qui sont : $y = \pm x$

Maintenant qu'on a établit les conditions, déterminons notre potentiel.
Donc on part de : $V(x,y) = K(x^2 - y^2) + C$ avec K et C $\in \mathbf{R}$
Déterminons nos constantes C et K aux conditions limites, c'est-à-dire en 0 et en r_0 pour x et pour y:

$$\begin{cases} V(r_0, 0) = K(r_0^2 - 0) + C = Kr_0^2 + C = V \\ V(0, r_0) = K(0 - r_0^2) + C = -Kr_0^2 + C = 0 \end{cases} \quad \text{,d'où } C = \tfrac{V}{2} \text{ et } K = \tfrac{V}{2r_0^2}$$

Notre potentiel V selon x et y vaut :

$$V(x,y) = \frac{V}{2r_0^2}(x^2 - y^2) + \frac{V}{2} \tag{5}$$

Déterminons $\mathbf{E}$ avec la relation $\mathbf{E} = -\nabla V$:

$$\mathbf{E}(x,y) = -\nabla V(x,y)$$
$$\mathbf{E}(x,y) = \frac{V}{r_0^2} * \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix}$$

Déterminons l'équation de Newton qui correspond à une équation du mouvement.
On pose $\mathbf{F} = Q\mathbf{E}$: *Force de Coulomb dépendante du temps dans notre cas.*

$$M\mathbf{a} = \sum \mathbf{F}(ext)$$
$$Donc\ :\ M\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = Q\mathbf{E}$$

Ainsi, $\begin{cases} M\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} = -Q\frac{V}{r_0^2}x \\ M\frac{d^2\mathbf{y}}{dt^2} = +Q\frac{V}{r_0^2}y \end{cases}$ avec $V = V_0 + V_{RF}\cos\omega t$

Nous allons maintenant passer en unités réduites en posant:

$$\tau = \frac{\Omega t}{2}$$
$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{\Omega}{2}\ \ avec\ t = \frac{2\tau}{\Omega}$$
$$x(t) = \tilde{x}(\tau)$$

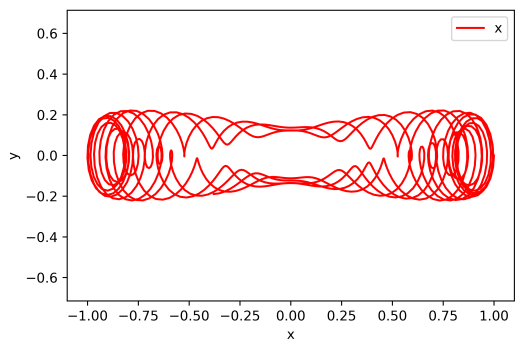
Ce qui nous donne l'équation différentielle linéaire à coefficient non constant suivante:

$$En\ x\ :\frac{d^2\tilde{x}}{d\tau^2} + (a_x + 2q_x\cos(2\tau))\tilde{x}(\tau) = 0$$
$$En\ y\ :\frac{d^2\tilde{y}}{d\tau^2} + (a_y + 2q_y\cos(2\tau))\tilde{y}(\tau) = 0$$
$$Avec\ :\begin{cases} a_x = -a_y = \frac{-4QV_0}{M\Omega^2 r_0^2} \\ q_x = -q_y = \frac{-2Q}{M\Omega^2 r_0^2} \end{cases}$$

Pour a_x, a_y, q_x et q_y, on pose les ordres de grandeurs des variables qui les constituent: $\begin{cases} Q = 1,6 * 10^{-19}\text{C} \\ \Omega = 2\pi * 13,3\ \text{MHz} \\ M = 1,496 * 10^{-27}\ \text{kg (masse du Be}^+) \\ V_0 = 1\ V \\ V_{RF} = 350\ V \end{cases}$

L'équation différentielle linéaire à coefficient non constant a été résolue sur Python à l'aide de la fonction *odeint* de la bibliothèque *scipy* et de la sous-bibliothèque *.integrate*, voir en annexe pour le code. Cela nous permis d'obtenir les figures 3 et 4.

Grâce aux unités réduites données précédemment, on peut tracer les lois horaires de l'ion de $x(\tau)$ et de $y(\tau)$ tel que dans la figure 3, on peut également tracer la trajectoire de l'ion dans le plan xy comme nous le montre la figure 4:



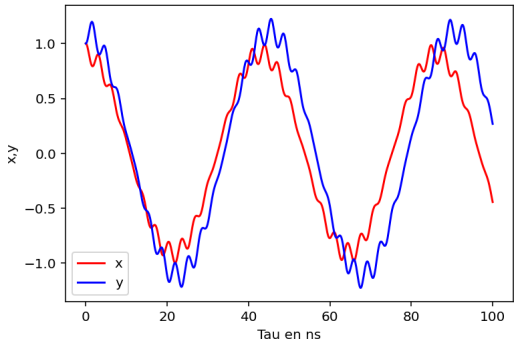
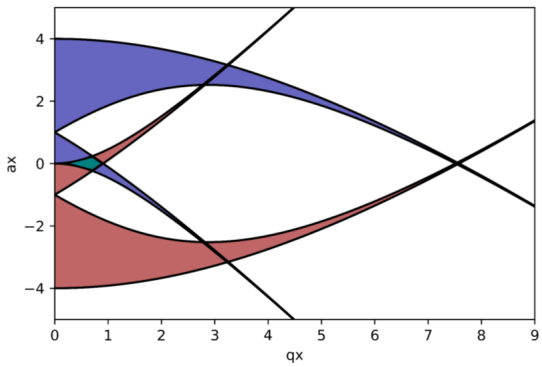


Figure 3: À gauche: Trajectoire de l'ion dans le plan xy dans un piège de Paul quadrupolaire 2D, avec a_x=0,001 et q_x=0,2

Figure 4: À droite: Lois horaires de l'ion selon $x(\tau)$ et $y(\tau)$ dans un piège de Paul quadrupolaire 2D

Voici les résultats obtenus grâce à un programme Python réalisant l'équation de Mathieu pour obtenir les domaines de stabilités et les oscillations selon x et y des ions [4][5]:

→ Grâce à la fonction mathieu_a et mathieu_b issus de la bibliothèque *scipy* et de la sous-bibliothèque *.special*, voici les domaines de stabilités; le 1er état de stabilité c'est-à-dire, la première zone où les régions du diagramme se croisent est celle qui nous intéressera pour la suite. Par exemple, pour la 1ere zone de stabilité, si on se situe en $a_x = -0,2$ et $q_x = 0,4$, alors on se situe en zone d'instabilité tel que montre la trajectoire de l'ion sur la figure 7, on a également à nouveau une zone de stabilité en $a_x = 0$ et en $q_x = 7,56$ tel que montre la trajectoire de l'ion sur la figure 8.



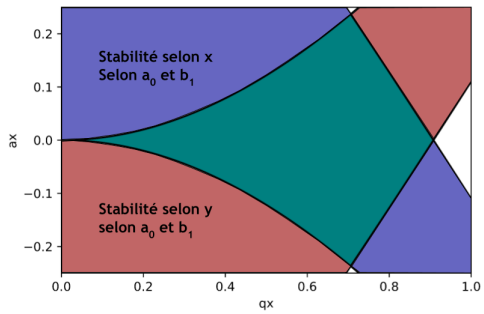


Figure 5: (a) Gauche: Diagramme de stabilité à n=0,1,2 pour les ions dans un piège de Paul quadrupolaire 2D selon x (bleu) et y (rouge), à chaque croisement existe une région de stabilité, la première région stable est colorée en vert
(b) Droite: Zoom sur la première zone de stabilité

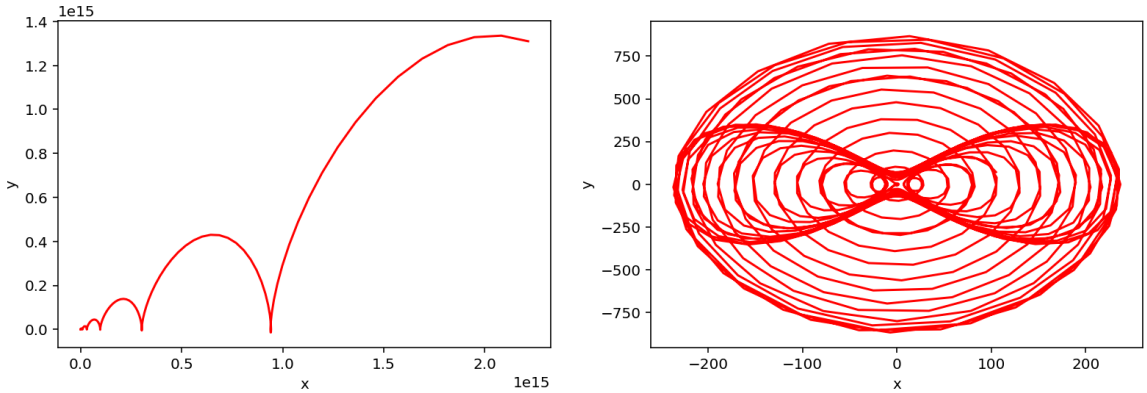


Figure 6: (a) Gauche: Trajectoire instable de l'ion pour $a_x = -0.2$ et $q_x = 0.4$
(b) Droite: Trajectoire stable de l'ion pour $a_x = 0$ et en $q_x = 7.56$

Potentiel effectif de piégeage

On pose un potentiel réel tel que :

$U_{(x,y)} = \frac{V}{2r_0^2}(x^2 - y^2) + \frac{V}{2} \rightarrow$ avec x confinant et y non confinant

En prenant $\mathbf{V_{RF}} \cos \mathbf{\Omega t}$, on obtient un potentiel effectif: $\frac{Q}{4M\Omega^2} E_\Omega^2$ avec: $\begin{cases} E_\Omega = \frac{V_{RF}}{r_0^2} \begin{pmatrix} -x \\ y \end{pmatrix} \\ E_\Omega^2 = \frac{V_{RF}^2}{r_0^4} \begin{pmatrix} x^2 \\ y^2 \end{pmatrix} \end{cases}$

On peut montrer que si $a << 1$ et $q << 1$, et que la configuration est stable, alors on peut définir un pseudopotentiel donné par:

$U_{eff(x,y)} = \frac{QV_{RF}^2}{4M\Omega^2 r_0^4}(x^2 + y^2)$ avec: $\begin{cases} \tilde{\omega}^2 = \frac{QV_{RF}^2}{4M\Omega^2 r_0^4} \\ x^2 + y^2 \text{ confinant si la configuration est stable} \end{cases}$

Et cette équation ci-dessus permet de bien décrire le mouvement des ions.
Calculons le potentiel complet, on calculera d'abord le potentiel radial puis axial et enfin le potentiel complet: On pose :
$\rightarrow$ Le potentiel : $V = V_0 + V_{RF} \cos \Omega t$
$\rightarrow$ L'énergie potentielle effective : $QU_{eff} = \frac{1}{2} M \hat{w_x}^2 x^2 + \frac{1}{2} M \hat{w_y}^2 y^2$

Potentiel radial

$$\begin{aligned} \frac{Q}{M} U_{eff(x,y)} &= \frac{QV_0}{2Mr_0^2}(x^2 - y^2) + \frac{Q^2}{4M\Omega^2 r_0^4} V_{RF}^2 (x^2 + y^2) \\ &= \left(\frac{QV_0}{2Mr_0^2} + \frac{Q^2 V_{RF}^2}{4M^2\Omega^2 r_0^4} \right) x^2 + \left(-\frac{QV_0}{2Mr_0^2} + \frac{Q^2 V_{RF}^2}{4M^2\Omega^2 r_0^4} \right) y^2 \\ &= \frac{1}{2}\omega_0^2 x^2 + \frac{1}{2}\omega_{RF}^2 x^2 - \frac{1}{2}\omega_0^2 y^2 + \frac{1}{2}\omega_{RF}^2 y^2 \end{aligned}$$

Avec : $\begin{cases} \omega_0^2 = \frac{QV_0}{Mr_0^2} \Longrightarrow \begin{cases} \text{Selon } x : +\omega_0^2 \vec{u_x} \\ \text{Selon } y : -\omega_0^2 \vec{u_y} \end{cases} \\ \omega_{RF}^2 = \frac{Q^2 V_{RF}^2}{2M^2\Omega^2 r_0^4} \end{cases}$

Donc :

$$QU_{eff(x,y)} = \frac{1}{2}M(\omega_0^2 + \omega_{RF}^2)x^2 + \frac{1}{2}M(\omega_{RF}^2 - \omega_0^2)y^2$$

$$\begin{aligned} QU_{eff(x,y)} &= \frac{1}{2}\hat{\omega_x}^2 x^2 + \frac{1}{2}\hat{\omega_y}^2 y^2 \\ \hat{\omega_x}^2 &= \omega_0^2 + \omega_{RF}^2 \qquad \textbf{confinement radial} \\ \hat{\omega_y}^2 &= \omega_{RF}^2 - \omega_0^2 \end{aligned} \tag{6}$$

<u>Potentiel axial</u>

On pose: $\mathbf{V_z(x,y,z) = K\left(z^2 - \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)\right)}$ or $K = \frac{V}{2r_0^2}$ et donc ici: $K(z) = \frac{V_1}{2z_{eff}^2}$ avec z_{eff} distance effective entre les deux électrodes possédant un potentiel:

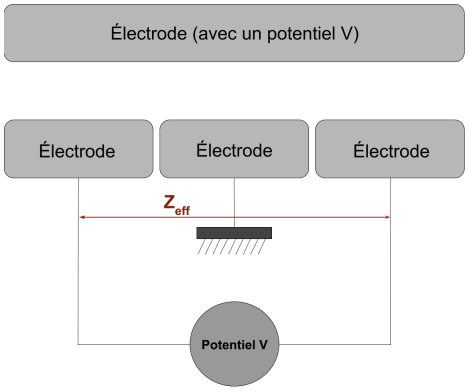


Figure 7: Distance z_{eff}

Pour le confinement en z, on utilise l'électrode segmenté tel que représenté dans la figure 8 avec 0 défini au centre et V_z aux extrémités avec un potentiel de la forme suivante:

$$V_z(x,y,z) = \frac{V_1}{2z_{eff}^2}\left(z^2 - \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)\right)$$

Avec $z_{eff} = 11,9mm$ [4]

$$\begin{aligned} QV_z(x,y,z) &= \frac{1}{2}M\omega_z^2\left(z^2 - \left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)\right) \qquad \textbf{confinement axial} \\ avec\ \omega_z^2 &= \frac{QV_1}{Mz_{eff}^2} \end{aligned} \tag{7}$$

Ainsi,définissons le potentiel complet V_{total}:

$$\begin{aligned} V_{total} &= \frac{1}{2}M(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \\ avec &\begin{cases} \omega_x^2 = \omega_{RF}^2 + \omega_0^2 - \frac{\omega_z^2}{2} \\ \omega_y^2 = \omega_{RF}^2 - \omega_0^2 - \frac{\omega_z^2}{2} \\ \omega_z^2 = \omega_z^2 \end{cases} \qquad \textbf{Potentiel complet} \end{aligned} \tag{8}$$

ω_x^2, ω_y^2, ω_z^2 constituent les fréquences séculaires des ions dans le piège.

Par exemple à $V_{RF} = 325V$ on obtenait environ $\begin{cases} \omega_x^2 = 376\ kHz \\ \omega_y^2 = 373\ kHz \\ \omega_z^2 = 122\ kHz \end{cases}$

Avec la valeur de ω_z^2 issue de la somme quadratique de ω_x^2 et ω_y^2.

Maintenant que nous possédons tous les outils, vérifions notre théorie avec la pratique.

2.2.2 Partie Pratique

Le matériel à notre disposition est une enceinte à ultravide contenant le piège à ion et de plusieurs orifices isolés de la pression ambiante, cette cavité dispose d'un four en-dessous qui est lui aussi sous vide intégré directement dans le piège de Paul ci-dessous: le four contient un filament de Tantale qui chauffe avec un courant de 2,3A un morceau de Beryllium. Le tout est contrôlé par diverses appareils de contrôle et de mesure tel qu'un logiciel maison, des oscilloscopes et des générateurs de fréquences et de tension 12V. On dispose également d'un générateur de fréquence principal à tension variable qui permet de générer entre 0V et 600V et une fréquence qui sera fixé à 13,3 MHz.

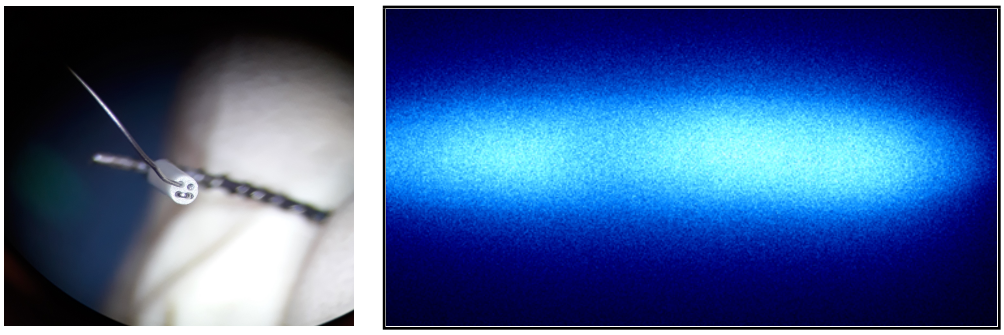


Figure 8: À gauche: Filament de Tantale à gauche et à droite le morceau de Beryllium
À droite: Nuage d'ions Be^+ prise par la caméra UV entre deux mesures

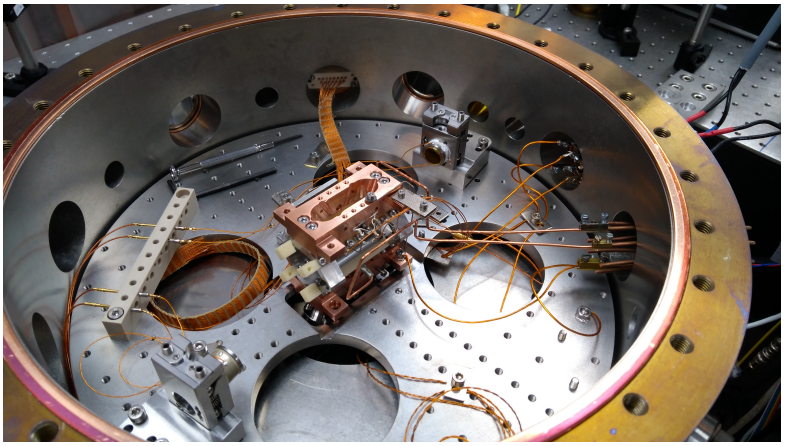


Figure 9: L'intérieur de la cavité

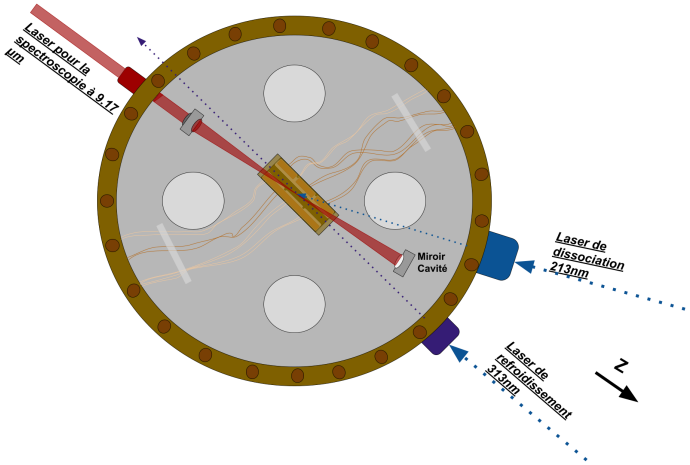


Figure 10: Schéma simplifié de la cavité, au centre: le dispositif de piège à ion; En bleu: le laser de dissociation 213nm; En violet: le laser de refroidissement 313nm; En rouge: le laser à 9,17 μm pour effectuer la spectrométrie des ions H_2^+ et Be^+

XCON15.3.1 est le logiciel d'interface qui permet de communiquer efficacement avec tous les instruments de mesures, générateurs de tension, de fréquence, etc..
Les différents onglets existants, nous permettent d'effectuer tous les ajustements et modifications numériquement possibles sur l'expérience du piège à ion. Il permet même de commander la production d'ion et aussi le nettoyage du nuage d'ion pour filtrer les particules plus lourdes des plus légères et donc rétablir la stabilité du nuage dans une configuration idéale du système. Nous utiliserons ici, ce logiciel afin de réaliser les diverses expériences effectuées au cours de ce stage.

À l'aide d'XCON, nous pouvons contrôler un module nommé Tickle. Tickle permet d'effectuer une excitation forcée des ions présents dans la cavité afin d'observer la fréquence séculaire de nos ions, cette excitation chauffe les ions. Sachant que le module Tickle excite les ions, il faut veiller à contrôler le niveau de fluorescence des ions pour ne pas saturer le module qui est limité à 5V. Le module Tickle exerce une rampe de tension et un balayage de fréquence des ions qui permet de révéler la fréquence séculaire des ions. L'ordre de grandeur de la tension appliquée lors de l'excitation est de l'ordre du mV et pour la fréquence balayée est de l'ordre de 100 à 400 kHz. Le module fonctionne également avec une minuterie qui permet de plus ou moins balayer plus vite ou moins vite le nuage d'ion, elle est de maximum 5 secondes, limité par le matériel.

Avec tout le matériel présentés, on dispose de trois lasers comme vu dans le schéma de la figure 12, nous n'en utiliserons que deux principalement, il s'agit du laser de dissociation à 213nm et le laser de refroidissement à 313nm qui nous permet de contrôler la fluorescence de nos ions. On contrôle la fluorescence à l'aide d'un oscilloscope.

Lors de ce stage, j'ai pu effectué trois expériences, une expérience où l'on va jouer avec la tension V_{RF} pour mesurer la fréquence séculaire, une seconde expérience où l'on va cette fois-ci faire varier la tension V_z afin de mesurer également la fréquence séculaire et enfin une troisième expérience, un peu plus numérique où l'on va chercher le meilleur rapport signal sur bruit parmi toutes les fréquences du laser de refroidissement soit entre 478.698100 THz et 478.698500 THz après un affinement des données acquises.

Le protocole pour les deux expériences en pratique sont très similaires, cela commence par créer des ions à l'aide d'une procédure rédigée en avance et de plusieurs vérifications à faire en même temps, cela permet de créer des ions efficacement, ensuite pour la première expérience, on a incrémenté la tension V_{RF} par pas de 25V afin d'observer l'influence de la fréquence séculaire sur la fréquence de résonance des ions entre 250V et 525V de tension RF. Pour la seconde expérience, nous sommes redescendu pour le premier essai vers une tension V_{RF} de 130V délicatement (par dizaine de volt puis par 5V) et pour le second essai vers une tension de 100V (en diminuant par pas de 2V depuis 130V), cela a été réalisé afin de ne pas trop perturbé le nuage lors de la diminution de la tension du confinement RF. Ensuite on a conçu un programme Python directement dans XCON afin de pouvoir contrôler la tension selon V_z donc des électrodes 4,2,5 et 7 visible sur la figure 2, on a diminué initialement la tension du confinement sur de toutes les électrodes de 5v puis on a incrémenté de 0,5V par électrode afin de vérifier l'influence de V_z. Pour la dernière expérience, c'était plutôt du traitement de données car avec toutes les valeurs obtenus lors d'un balayage de toute la gamme de fréquence du laser de refroidissement par pas de 5 MHz entre 478.698100 THz et 478.698400 THz. Toutes ces données vont permettre de révéler le meilleur rapport signal sur bruit possible. Nous verrons cela plus en détail juste à la suite.

Secular Resonances

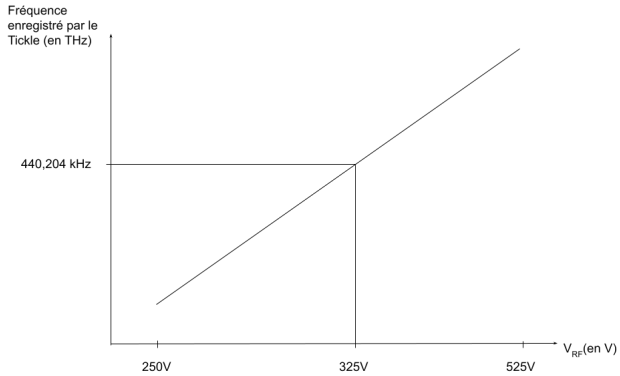
Pour la première partie de la première expérience de l'influence de la fréquence séculaire de ω_z en fonction de V_{RF}, voici les paramètres initiaux ont été les suivants:

Pour l'essai n°1: $\begin{cases} \text{Fréquence du laser de refroidissement} = 478,698360\ THz \\ \text{Tension initial } V_{RF} = 250\ V \\ \text{Tension final } V_{RF} = 525\ V \\ \text{Pas entre chaque } V_{RF} = 25\ V \text{Tension Tickle } V_I = 25\ mV \\ \text{Durée Tickle } t_I = 5s \\ \text{Gamme de fréquence balayée Tickle } f_I = 200 - 600kHz \end{cases}$

Pour l'essai n°2: $\begin{cases} \text{Fréquence du laser de refroidissement} = 478,698360\ THz \\ \text{Tension initial } V_{RF} = 130\ V \\ \text{Tension final } V_{RF} = 190\ V \\ \text{Pas entre chaque } V_{RF} = 5\ V \text{Tension Tickle } V_I = 25\ mV \\ \text{Durée Tickle } t_I = 5s \\ \omega_x^2 = 130\ kHz \\ \omega_y^2 = 121\ kHz \\ \omega_z^2 = 122\ kHz \\ \text{Gamme de fréquence balayée Tickle } f_I = 100 - 150kHz \\ \text{Nombre d'essai : } N = 12 \end{cases}$

La courbe obtenue pour l'essai n°1 sur la figure 13 est une courbe linéaire qui augmente au fur et à mesure que ω_z^2 augmente. (Malheureusement cette courbe n'est pas disponible car le fichier texte contenant la courbe est corrompu et donc irrécupérable) La courbe obtenue pour l'essai n°2 sur la figure 14, nous montre la courbe linéaire qu'on est censé obtenir.
Mais l'effet selon ω_z^2 est observable mais pas explicite donc on passe à la seconde partie de cette expérience où l'on fera varier le confinement selon V_z tout en fixant V_{RF}.Nous avons

également codé un programme permettant de mettre en route et d'effectuer les Tickle pour chaque incrémentation sur les électrodes, le tout automatiquement selon nos paramètres.



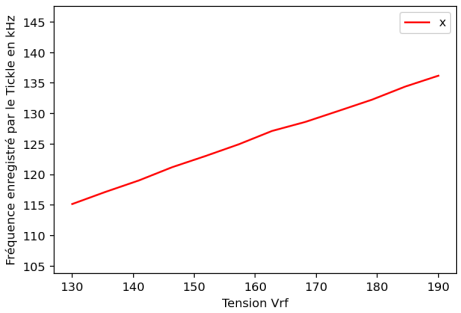


Figure 11: À gauche : Allure de la courbe de l'essai 1

Figure 12: À droite: Courbe essai n°2

Ensuite pour la seconde partie de la première expérience, voici les paramètres pour le premier essai:

$$\begin{cases} \text{Fréquence du laser de refroidissement} = 478,698360\ THz \\ \text{Tension fixé } V_{RF} = 130\ V \\ \text{Tension Tickle } V_I = 25\ mV \\ \text{Durée Tickle } t_I = 5s \\ \text{Gamme de fréquence balayée Tickle } f_I = 100 - 250kHz \\ \text{Pas entre chaque incrémentation} = 0.5\ V \\ \text{Nombre d'essai : } N = 12 \end{cases}$$

Et pour le second essai, on n'incrémente pas le confinement selon V_z:

$$\begin{cases} \text{Fréquence du laser de refroidissement} = 478,698300\ THz \\ \text{Tension fixé } V_{RF} = 130\ V \\ \text{Tension Tickle } V_I = 25\ mV \\ \text{Durée Tickle } t_I = 5\ s \\ \text{Gamme de fréquence balayée Tickle } f_I = 100 - 250kHz \\ \text{Pas entre chaque incrémentation} = 0.0\ V \\ \text{Nombre d'essai : } N = 12 \end{cases}$$

Le premier essai permet de montrer l'effet sur ω_z^2 du confinement, on remarquera dans la figure 14, le décalage du pic de fluorescence au fur et à mesure que le confinement s'incrémente de 0,5 V. Le second essai permet lui de confirmer l'effet sur ω_z^2 car on avait une incertitude sur la régularité des pics qui se déplaçait d'environ 2 à 3 kHz par incrémentation. Ensuite on a tracé la fréquence séculaire de chaque essai et la courbe Fréquence maximale du pics au carré par rapport au nombre d'essais.
À noter que la tension maximale de 10 V des électrodes limitent le nombre d'essais.

Sur les figures 13a et 13b qui suivront nous avons fait apparaître l'intégralité des pics issus

des douze essais du Tickle.
Sur la figure 13c met en évidence l'influence de la fréquence séculaire ω_z^2 pour la figure 13a issue de l'essai n°1 et la figure 13d met en évidence l'influence de la fréquence séculaire ω_z^2 pour la figure 13b issue de l'essai n°2.

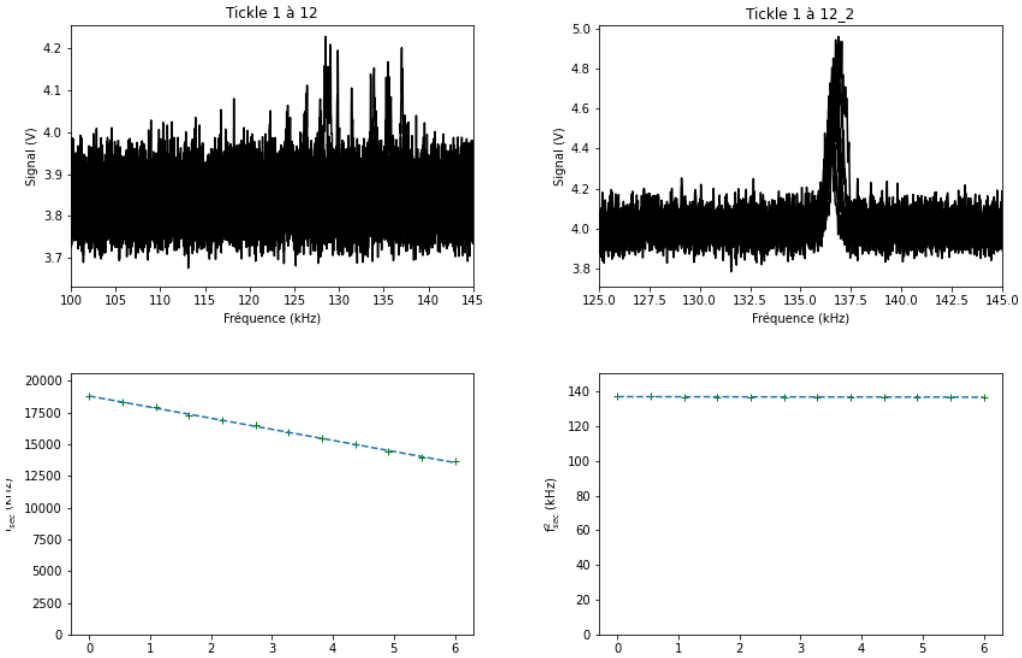


Figure 13: (a) En haut à gauche: Zoom sur les 12 pics réunis du Tickle du 1er essai
(b) En haut à droite: Zoom sur les 12 pics réunis du Tickle du 2nd essai
(c) En bas à gauche: Pour le 1er essai: Fréquence séculaire au carré en ordonné (en kHz) et en abscisse le nombre d'essais
(d) En bas à droite: Pour le 2nd essai: Fréquence séculaire au carré en ordonné (en kHz) et en abscisse le nombre d'essais

Secular Detuning

Pour cette deuxième expérience, nous cherchons à démontrer l'influence de la fréquence du laser de refroidissement sur la position et la fréquence des pics de fluorescence des ions. Pour cela, nous avons conçu un programme Python sur XCON permettant d'automatiser l'incrémentation de la fréquence du laser de refroidissement et la mise en route automatique du Tickle pour chaque incrémentation.
Ainsi, voici les paramètres initiaux:

$$\begin{cases} \text{Fréquence du laser de refroidissement initial} = 478,698100\ THz \\ \text{Fréquence du laser de refroidissement final} = 478,698490\ THz \\ \text{Tension fixé } V_{RF} = 360\ V \\ \text{Tension Tickle } V_I = 250\ mV \\ \text{Durée Tickle } t_I = 5s \\ \text{Gamme de fréquence balayée Tickle } f_I = 420 - 460kHz \\ \text{Pas entre chaque incrémentation} = 15\ MHz \\ \text{Nombre d'essai : } N = 27 \end{cases}$$

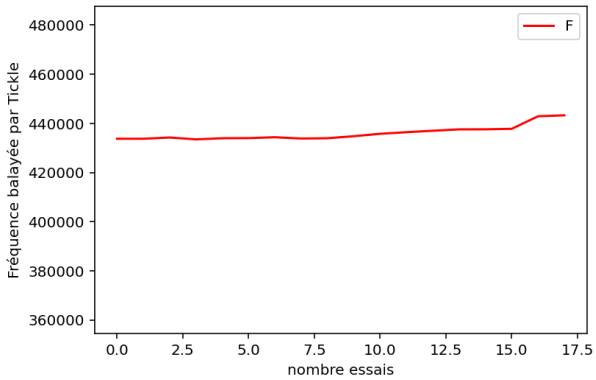


Figure 14: Courbe représentant l'effet très minime du changement de fréquence de laser de refroidissement, l'ordonnée en kHz et l'abscisse sans unité

À l'issue du traitement de données, on a remarqué que modifier la fréquence du laser de refroidissement n'avait effectivement que peu d'influence sur la position et la fréquence du pic de fluorescence, en revanche on a remarqué que plus on se rapproche de la résonance des ions donc avec une fréquence du laser de refroidissement élevée, plus on avait tendance à saturer le module Tickle car la fluorescence dépassait les 5V. Donc modifier la fréquence de refroidissement du laser permet surtout de contrôler le signal de fluorescence des ions. Cela nous permet donc d'effectuer la troisième expérience qui concerne le SNR, donc la recherche du meilleur rapport signal sur bruit dont on utilisera les mêmes valeurs, le SNR étant un module en plus que nous avons ajouté à notre programme de "Secular Detuning".

SNR ou Signal-to-Noise Ratio

Pour cette troisième expérience plutôt numérique, nous avons cherché le meilleur rapport entre le signal et le bruit pour deux essais, l'un en rampe, l'autre en pente. Pour trouver le meilleur rapport signal sur bruit, nous avons extrait les données des fichiers issus des Tickles qui ont été réalisés à l'aide d'un code sur XCON de manière automatique, à l'image de l'expérience "Secular Detuning". Ensuite, on utilise l'outil *curvefit* issus de la bibliothèque et sous-bibliothèque *scipy.optimize* qui utilise une formule de Lorentz pour fitter sur les points enregistrés par le Tickle, ensuite on recherche le bruit à l'aide de Lorentz et de *curvefit*, puis on calcule le signal pour ensuite effectuer notre rapport signal sur bruit et obtenir les valeurs de la Table 1.
Ainsi, voici les paramètres initiaux pour l'essai n°1 en rampe suivi des paramètres initiaux pour l'essai °2 en pente, sera suivi de cela les résultats et graphiques correspondants au meilleur rapport signal sur bruit de chaque essais:

Essai n°1: en rampe

$$\begin{cases} \text{Fréquence du laser de refroidissement initial} = 478,698100\ THz \\ \text{Fréquence du laser de refroidissement final} = 478,698490\ THz \\ \text{Tension fixé } V_{RF} = 360\ V \\ \text{Tension Tickle } V_I = 250\ mV \\ \text{Durée Tickle } t_I = 5s \\ \text{Gamme de fréquence balayée Tickle } f_I = 420 - 460kHz \\ \text{Pas entre chaque incrémentation} = 15\ MHz \\ \text{Nombre d'essai : } N = 27 \end{cases}$$

Essai n°2 : en pente

$$\begin{cases} \text{Fréquence du laser de refroidissement initial} = 478,698400\ THz \\ \text{Fréquence du laser de refroidissement final} = 478,698100\ THz \\ \text{Tension fixé } V_{RF} = 360\ V \\ \text{Tension Tickle } V_I = 250\ mV \\ \text{Durée Tickle } t_I = 5s \\ \text{Gamme de fréquence balayée Tickle } f_I = 420 - 460kHz \\ \text{Pas entre chaque incrémentation} = 5\ MHz \\ \text{Nombre d'essai : } N = 61 \end{cases}$$

	1er essai	2nd essai
Amplitude du signal/pic	1.172	0.859
Centre pic	438681.402	434254.193
Largeur pic	2988.262	- 968.472
Offset signal	3.778	3.934
Moyenne du bruit	3.778	3.934
Écart-type du bruit	0.101	0.076
Moyenne du signal	3.778	3.934
Valeur signal	1.681	1.104
Rapport signal sur bruit	15.290	14.575

Table 1: Résultats du SNR de l'essai n°1 et de l'essai n°2.

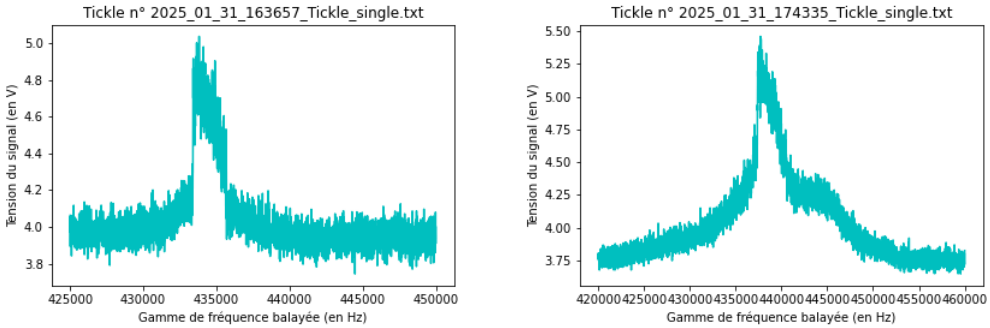


Figure 15: À gauche: Zoom sur le Tickle correspondant au meilleur SNR issus du 1er essai
À droite: Zoom sur le Tickle correspondant au meilleur SNR issus du 2nd essai

2.2.3 Réalisation lié au stage

Au cours de ce stage, j'ai pu coder deux programmes qui m'ont permis de faciliter le traitement de données des fichiers crées lors de l'expérience, l'un servait à compiler les points dans un graphique et l'autre servait à la détection de la fréquence séculaire (voir équation 8) sur chaque séquence.
Ainsi procédons par semaine:
Lors de la première semaine, j'ai pu découvrir de nouvelles méthodes de programmation sur Python, un peu plus complexe que ce que l'on fait actuellement en cours, cela a été assez intuitif car cela a permis d'enrichir mon vocabulaire en programmation Python et aussi d'apprendre de nouvelles méthodes de codages. J'ai également fait la découverte de LaTeX, un logiciel de rédaction très facile à utiliser et à comprendre après s'être familiarisé avec.
J'ai pu concevoir deux programmes sous Python qui m'ont permis de réaliser les diagrammes de stabilités à l'aide de la fonction mathieu_ a et mathieu_ b comme présenté précédemment (voir figure 5a et figure 5b) et le second pour réaliser les schémas représentant les trajectoires de l'électron (voir figure 3, figure 6a et figure 6b) et pour représenter les lois horaires de l'ion tel que montre la figure 4.
Lors de la seconde semaine, j'ai réalisé plusieurs expériences sous la supervision de M.Hilico, à l'aide d'une petite formation sur l'utilisation du logiciel XCON et des appareils électroniques de l'expérience au total, j'ai réalisé notamment l'expérience "Secular Resonances". Avec Python, j'ai pu coder deux programmes qui m'ont permis de traiter les documents issus de la première expérience effectuée nommée "Secular Resonances" et de la deuxième expérience effectuée nommée "Secular Detuning".
Lors de la troisième semaine, j'ai conçu un programme permettant de rechercher le meilleur rapport signal sur bruit sur une gamme de fréquence par pas de 5 MHz de 478.698100 THz et 478.698400 THz.
Lors de la quatrième semaine, j'ai surtout observé les diverses expériences qui ont été mise en oeuvre tel que l'ajout d'un module Red Pitaya afin de pouvoir automatiquement supprimer les fréquences de vibration émise par une des pompes à vides perturbant divers signaux de la cavité. Les fréquences de vibration ont été détecté grâce au champ magnétique émis par la pompe à l'aide d'une bobine à petit enroulement placé au niveau d'une jonction permettant la détection efficace de champ.

Conclusion

Pour conclure, nous avons pu explorer ce qu'était un piège de Paul, comment fonctionne le matériel mis à disposition et surtout les expériences effectués tel que la mise en lumière de la fréquence séculaire ou même l'influence du shift sur la fréquence de refroidissement, la théorie écrite au préalable a été bien été vérifié par les expériences effectués. Nous avons également repéré le meilleur rapport signal sur bruit aussi appelé SNR. Personnellement, j'ai extrêmement apprécié ce projet, il m'a été très enrichissant que ce soit en programmation, ou en physique, c'est à ce moment précis qu'on réalise à quel point le domaine de la physique peut être intéressante, les diverses notions apprises, et l'expérience en elle-même est très enrichissante.
Un mois c'est bien trop court !
Ainsi afin de plus vous enrichir, je vous propose d'aller lire les thèses de M.Johannes HEINRICH et de M.Thomas LOUVRADOUX qui ont étudiés tous les aspects de ce merveilleux projet complexe de la spectroscopie de l'ion H_2^+. Merci encore à M.Laurent HILICO. Je vous remercie pour votre lecture !

Annexes

References

[1] Laboratoire Kastler Brossel, Trapped Ions, *H2+ Spectroscopy*, https://www.lkb.upmc.fr/iontrap/h2spectro

[2] Laboratoire Kastler Brossel, Présentation, https://www.lkb.fr/laboratoire/presentation/

[3] Jean-Christophe Pain, *Paul, Penning et les pièges à ions*, Le Bulletin de l'Union des Professeurs de Physique et de Chimie, 2024, 118 (1061), pp.1-10, (hal-04453436)

[4] Johannes Heinrich,*A Be+ ion trap for H2+ spectroscopy*, Atomic Physics [physics.atom-ph], Sorbonne Université, 2018, English, (NNT : 2018SORUS013), (tel-02049379v2)

[5] Thomas Louvradoux, *Spectroscopie à haute résolution de H2+ : production et refroidissement sympathique d'ions piégés*, Physique [physics], Université Paris Cité, 2019, Français, (NNT : 2019UNIP7168), (tel-03142917)

Code Python commenté

Équation différentielle à coefficient non constant

```python
# -*- coding: utf-8 -*-
"""
Éditeur de Spyder

"""

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint

def mathieuxy(u,tau,ax,qx):
    x, vx , y , vy= u
    dudt = [vx,(-ax-2*qx*np.cos(2*tau))*x, vy,(ax+2*qx*np.cos(2*tau))*y]
    return dudt

ax = -0.2 #correspond à ax du diagramme de stabilité
qx = 0.4 #correspond à qx du diagramme de stabilité
u0 = [1.0,0.0, 1.0, 0.0]

tau = np.linspace(0,100,1000) #créer un array linéaire de 1000 cases entre 0 et 100
sol = odeint(mathieuxy, u0, tau, args=(ax, qx))

plt.plot(tau, sol[:,0 ], 'r', label='x') #trace la loi horaire de x par rapport à tau
plt.plot(tau, sol[:,2 ], 'b', label='y') #trace la loi horaire de y par rapport à tau
plt.ylabel('x,y')
plt.xlabel('Tau en ns')
plt.legend()
plt.show()

plt.plot(sol[:,0 ],sol[:,1 ], 'r', label='x') #trace la trajectoire de l'ion
plt.ylabel('y')
plt.xlabel('x')
plt.xlim(-1,1*min(sol[:,0]),1.1*max(sol[:,0])) #contrôler l'échelle du graphique
plt.axis('equal')
plt.legend()
plt.show()
```